

PHƯƠNG PHÁP XÂY DỰNG BIỂU ĐỒ TƯƠNG TÁC VÀ TÍNH TOÁN DIỆN TÍCH CỐT THÉP CHO CẤU KIỆN CHỊU NÉN LỆCH TÂM XIÊN

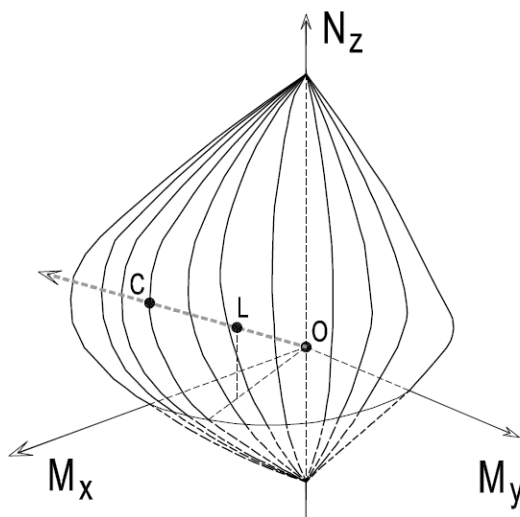
Hồ Việt Hùng*, Phạm Xuân Đạt, Nguyễn Trọng Huy

TÓM TẮT: Biểu đồ tương tác đã được sử dụng phổ biến tại các nước trên thế giới và đã được đưa vào trong các tiêu chuẩn thiết kế như ACI-318 (Mỹ), BS-8110 (Anh), hay AS-3600 (Úc) v.v.. Ở Việt Nam, các nghiên cứu gần đây cũng đã đề cập nhiều đến việc xây dựng biểu đồ tương tác. Bài viết này tổng hợp lại phương pháp xây dựng biểu đồ tương tác cho cấu kiện chịu nén lệch tâm xiên theo tiêu chuẩn Việt Nam, và tiến hành một ví dụ tính toán để làm sáng tỏ các bước thực hành.

TỪ KHÓA: biểu đồ tương tác, nén lệch tâm xiên, tính toán diện tích cốt thép

1. BIỂU ĐỒ TƯƠNG TÁC

Biểu đồ tương tác thông thường có dạng như Hình 1, với 3 trục lần lượt thể hiện các giá trị lực dọc N_z và các mô men uốn M_x , M_y . Khả năng chịu lực của một cấu kiện chịu nén lệch tâm xiên được biểu thị thông qua mặt cong trong biểu đồ tương tác. Mặt cong này giới hạn phần không gian mà nếu tất cả các điểm biểu diễn nội lực của tiết diện nằm trong đó thì có thể kết luận tiết diện đảm bảo khả năng chịu lực.



Hình 1. Biểu đồ tương tác

Về mặt định lượng, với một cặp nội lực (N_z , M_x , M_y) được biểu diễn thông qua điểm L trên biểu đồ tương tác (Hình 1), tiết diện được coi là đảm bảo khả năng chịu lực khi tỉ số $CR = OL/OC \leq 1$, trong đó C là giao điểm giữa tia OL với mặt của biểu đồ tương tác.

* Hồ Việt Hùng, Công ty CP Tư vấn đầu tư và Thiết kế Xây Dựng Việt Nam (CDC), hoviethung.htc@gmail.com, +84 915.236.184

2. PHƯƠNG PHÁP XÂY DỰNG BIỂU ĐỒ TƯƠNG TÁC

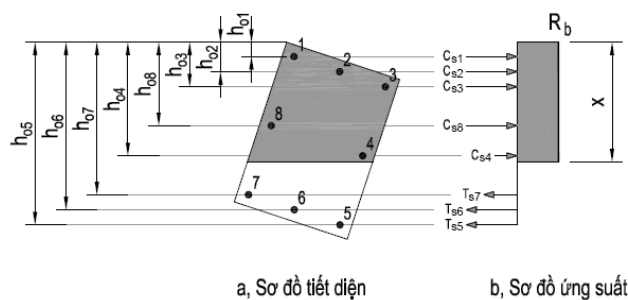
Phương pháp xây dựng biểu đồ tương tác cho tiết diện hình chữ nhật được giới thiệu trong [1] (theo TCXDVN 356:2005, hiện nay đã chuyển thành TCVN 5574:2012 với nội dung tính toán không thay đổi), và [3] (theo BS 8110-97). Về cơ bản, phương pháp xây dựng biểu đồ tương tác nêu trong các tài liệu này là giống nhau. Việc xây dựng biểu đồ tương tác cho tiết diện được bắt đầu từ việc giả thiết vị trí của đường giới hạn của vùng nén, đối với tiêu chuẩn Việt nam thì chính là đường giới hạn của vùng nén quy ước. Với mỗi vị trí của đường giới hạn vùng nén, các quy tắc sau đây được sử dụng để xác định ứng suất của bê tông và cốt thép theo tiêu chuẩn Việt Nam:

- Độ bền chịu nén của bê tông được quy ước là ứng suất nén của bê tông, có giá trị bằng R_b và phân bố đều trên vùng chịu nén của tiết diện.
- Bỏ qua sự làm việc của bê tông chịu kéo.
- Ứng suất của các thanh cốt thép được xác định theo công thức (1).

$$\sigma_{si} = \frac{\sigma_{sc,u}}{1 - \frac{\omega}{1,1}} \left(\frac{\omega}{\xi_i} - 1 \right) \quad (1)$$

Trong công thức (1):

- ω và $\sigma_{sc,u}$ lần lượt là đặc trưng vùng nén của bê tông và ứng suất giới hạn của cốt thép trong vùng nén, được xác định theo điều 6.2.2.3 của TCVN 5574:2012;
- ξ_i là chiều cao tương đối vùng chịu nén của bê tông, $\xi_i = x / h_{oi}$, trong đó x và h_{oi} là chiều cao vùng nén và khoảng cách trọng tâm của thanh cốt thép thứ i tới đường thẳng đi qua đỉnh nén và song song với đường giới hạn vùng nén (Hình 2).



Hình 2. Sơ đồ xác định ứng suất của bê tông và cốt thép

Sau khi xác định được ứng suất của bê tông và của cốt thép, khả năng chịu lực của tiết diện N_z , M_x , và M_y được xác định thông qua các công thức (2), (3) và (4).

$$N_z = A_b \times R_b + \sum A_{si} \times \sigma_{si} \quad (2)$$

$$M_x = A_b \times R_b \times y_{Gb} + \sum A_{si} \times \sigma_{si} \times y_{si} \quad (3)$$

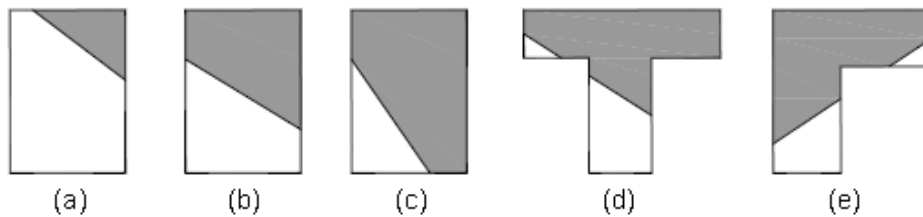
$$M_y = A_b \times R_b \times x_{Gb} + \sum A_{si} \times \sigma_{si} \times x_{si} \quad (4)$$

Trong các công thức (2), (3), và (4):

- A_b và A_{si} lần lượt là diện tích của vùng bê tông chịu nén và của thanh cốt thép thứ i ;
- x_{Gb} , y_{Gb} , x_{si} , và y_{si} lần lượt là tọa độ theo phương x và y của trọng tâm vùng bê tông chịu nén và của thanh cốt thép thứ i so với gốc tọa độ là trọng tâm ban đầu của tiết diện.

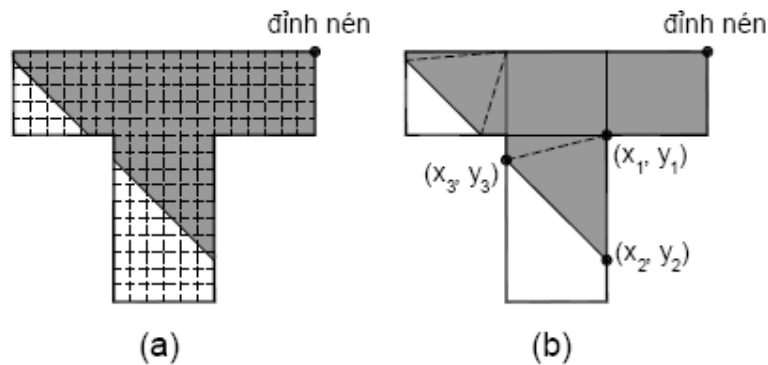
Như vậy, với mỗi vị trí của đường giới hạn vùng nén, từ các công thức (1), (2), (3) và (4) xác định được một cặp giá trị (N_z , M_x , M_y) là khả năng chịu lực của tiết diện. Khi thay đổi vị trí của đường giới hạn vùng nén thì sẽ thu được một tập hợp giá trị tạo nên mặt cong biểu thị khả năng chịu lực của tiết diện trên biểu đồ tương tác.

Đối với tiết diện chữ nhật, các vị trí khác nhau của đường giới hạn vùng nén có thể hình thành 3 dạng vùng nén là hình tam giác, tứ giác, và ngũ giác (Hình 3a, 3b, 3c). Đối với các dạng tiết diện khác, thì dạng vùng nén sẽ phức tạp hơn và số lượng dạng vùng nén sẽ tăng lên rất nhiều (Hình 3d, 3e)



Hình 3. Các dạng vùng nén

Việc lập công thức để xác định diện tích và tọa độ trọng tâm của vùng nén đối với các trường hợp khác nhau của vùng nén là tương đối khó khăn, đặc biệt khi dạng vùng nén phức tạp như Hình 3d và 3e. Để giải quyết vấn đề này, có thể sử dụng các phương pháp chia nhỏ tiết diện thành các vùng tiết diện có hình dạng cơ bản (hình tam giác, chữ nhật) như đề xuất trong Hình 4.



Hình 4. Các phương án chia nhỏ tiết diện để xác định nội lực của bê tông.

Trong phương án chia nhỏ tiết diện thứ nhất (Hình 4a), tiết diện bê tông được chia thành các phần tử hình chữ nhật, diện tích và vị trí trọng tâm của các phần tử là biết trước dựa vào quy tắc chia hình. Ứng suất trong mỗi phần tử được xác định dựa vào tương quan vị trí của phần tử và điểm xa nhất của vùng nén (từ đây gọi là đỉnh nén) so với đường giới hạn vùng nén.

Trong phương án chia nhỏ diện tích thứ hai (Hình 4b), vùng nén được chia thành các hình chữ nhật và tam giác. Đối với hình tam giác, diện tích A_{bi} và các tọa độ trọng tâm (x_{Gi}, y_{Gi}) có thể xác định bằng các công thức sau:

$$A_{bi} = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)| \quad (5)$$

$$x_{Gi} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \quad (6)$$

$$y_{Gi} = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \quad (7)$$

3. KIỂM TRA KHẢ NĂNG CHỊU LỰC CỦA TIẾT DIỆN

Như đã trình bày trong mục 1, khả năng chịu lực của tiết diện được đánh giá qua tỉ số $CR = OL / OC$, hay còn gọi là hệ số huy động. Nếu hệ số huy động bé hơn 1 thì có thể kết luận tiết diện đảm bảo khả năng chịu lực. Như vậy, bài toán kiểm tra khả năng chịu lực của tiết diện đòi hỏi phải xác định được điểm C là điểm biểu diễn khả năng chịu lực của tiết diện, chính là giao điểm giữa tia OL và mặt của biểu đồ tương tác (Hình 1).

Với mặt của biểu đồ tương tác đã biết trước, điểm L trên biểu đồ có thể xác định được thông qua điều kiện:

$$\frac{N_{z_L}}{N_{z_C}} = \frac{M_{x_L}}{M_{x_C}} = \frac{M_{y_L}}{M_{y_C}} \quad (8)$$

Trên thực tế, mặt của biểu đồ tương tác xác định được thông qua quy trình đã trình bày trong mục 2 là tập hợp của các điểm rời rạc, mỗi điểm tương ứng là khả năng chịu lực của tiết diện xác định dựa trên một vị trí của đường giới hạn vùng nén. Do đó, cần phải sử dụng phương pháp nội suy để xác định điểm C. Một phương pháp nội suy đơn giản có thể áp dụng là phương pháp trung bình có trọng số (Inverse Distance Weighted Average - IDWA) [2]. Đây là phương pháp nội suy có xét đến ảnh hưởng của khoảng cách từ điểm khảo sát tới các điểm đã biết (dữ liệu) lân cận, theo đó dữ liệu càng gần điểm khảo sát sẽ ảnh hưởng càng nhiều tới giá trị của điểm khảo sát.

Để nội suy, trước tiên cần biến đổi hệ tọa độ (N_z, M_x, M_y) sang hệ tọa độ cầu (u, v, R) thông qua các công thức sau:

$$R = \sqrt{\left(\frac{N_z}{N_o}\right)^2 + \left(\frac{M_x}{M_o}\right)^2 + \left(\frac{M_y}{M_o}\right)^2} \quad (9)$$

$$u = \tan^{-1} \left(\frac{M_x}{M_y} \right) \quad (10)$$

$$v = \sin^{-1} \left(\frac{N_z/N_o}{R} \right) \quad (11)$$

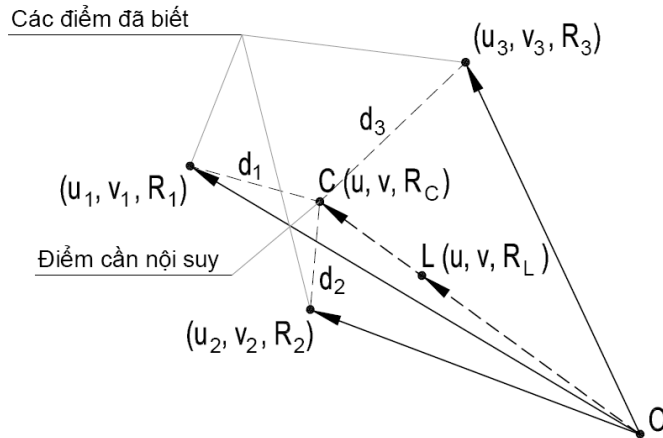
Trong đó N_o và M_o là các giá trị lực dọc và mô men được chọn làm đơn vị.

Trong hệ tọa độ cầu, do C nằm trên tia OL nên tọa độ (u, v) của điểm C cũng chính là tọa độ (u, v) của điểm L. Khoảng cách R_C từ điểm gốc tọa độ tới điểm C có thể xác định dựa vào công thức nội suy số (12):

$$R_C = \frac{\sum_{i=1}^n R_i \times \frac{1}{d_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{d_i}} \quad (12)$$

Trong đó, d_i là khoảng cách từ điểm cần nội suy tới các điểm lân cận, xác định theo công thức:

$$d_i = \sqrt{(\Delta u)^2 + (\Delta v)^2} \quad (13)$$



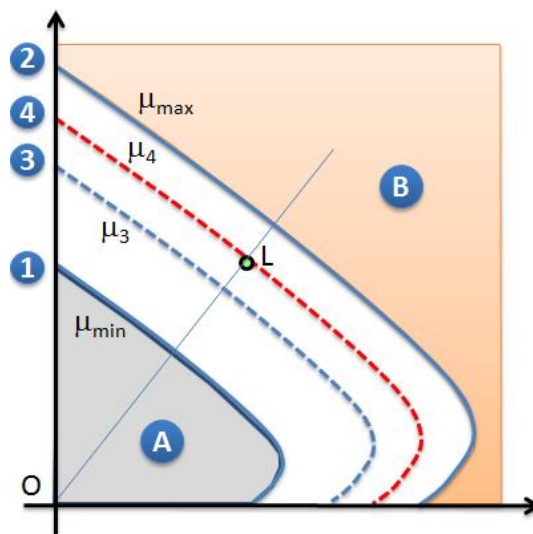
Hình 5. Nội suy điểm C từ các giá trị biết trước của biểu đồ tương tác.

Sau khi xác định được R_C , hệ số huy động CR được xác định theo các công thức (14):

$$CR = \frac{R_L}{R_C} \quad (14)$$

4. TÍNH TOÁN DIỆN TÍCH CỐT THÉP CHO CẤU KIỆN CHỊU NÉN LỆCH TÂM XIÊN

Khả năng chịu lực của một tiết diện phụ thuộc vào vật liệu sử dụng, kích thước tiết diện cột, và hàm lượng cốt thép của cột. Như đã đề cập ở các phần trước, tiết diện được coi là đảm bảo khả năng chịu lực khi điểm biểu diễn nội lực nằm trong phần không gian giới hạn bởi biểu đồ tương tác, hay nói cách khác, hệ số huy động $CR \leq 1$. Bài toán tính toán diện tích cốt thép cho cấu kiện chịu nén lệch tâm xiên chính là bài toán tìm hàm lượng cốt thép thỏa mãn hệ số huy động CR bé hơn và xấp xỉ bằng 1. Để xác định hàm lượng cốt thép yêu cầu, có thể sử dụng quy trình đúng dần dần được thể hiện trong Hình 6.



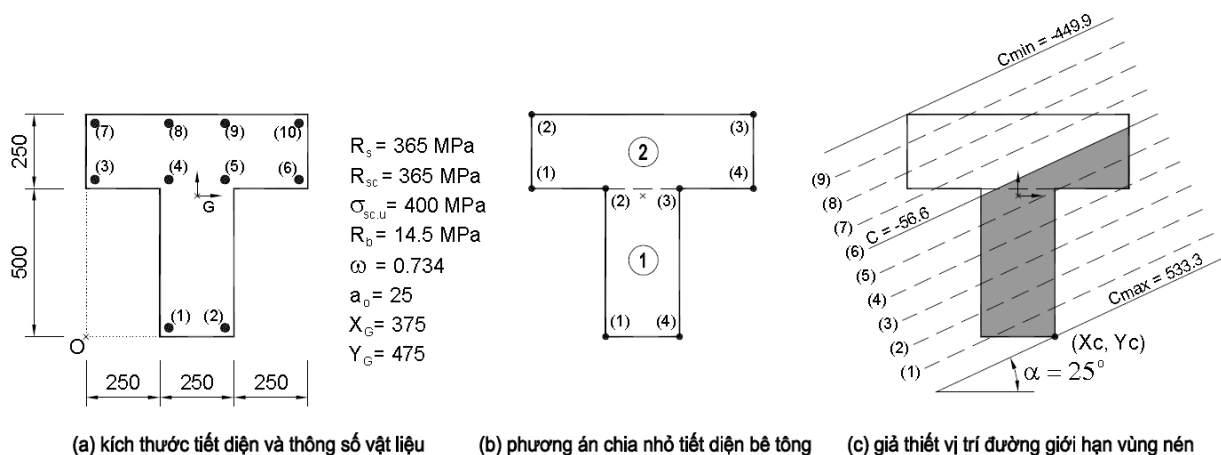
Hình 6. Xác định hàm lượng cốt thép yêu cầu theo quy trình đúng dần dần.

Hình 6 thể hiện mặt cắt của biểu đồ tương tác đi qua điểm biểu diễn nội lực. Các đường 1, 2, 3, 4 là các đường biểu diễn khả năng chịu lực của cấu kiện ứng với các hàm lượng cốt thép khác nhau của tiết diện. Đường số 1 và số 2 là các đường biểu diễn khả năng chịu lực ứng với hàm lượng cốt thép tối thiểu và hàm lượng cốt thép tối đa được quy định trong tiêu chuẩn thiết kế. Nếu điểm biểu diễn nội lực (điểm L) nằm trong vùng A (trong vùng giới hạn bởi đường số 1) thì có thể kết luận hàm lượng cốt thép yêu cầu là hàm lượng tối thiểu. Nếu điểm L nằm trong vùng B (ngoài vùng giới hạn bởi đường số 2) thì có thể kết luận cấu kiện không đảm bảo khả năng chịu lực (cần tăng kích thước tiết diện hoặc thay đổi đặc trưng vật liệu). Quy trình đúng dần dần được thực hiện khi điểm biểu diễn khả năng chịu lực nằm trong vùng giới hạn bởi đường số 1 và số 2. Lần lượt cho thay đổi hàm lượng cốt thép từ μ_{\min} đến μ_{\max} để tìm ra hàm lượng cốt thép thỏa mãn $CR \leq 1$. Có thể sử dụng quy trình đúng dần dần theo bước chia 1/2 để giảm số vòng lặp và tăng nhanh mức độ chính xác. Quy trình này có thể diễn giải như sau (Hình 6): Tính toán hệ số CR_3 ứng với $\mu_3 = (\mu_{\min} + \mu_{\max})/2$. Nếu $CR_3 > 1$, tính toán CR_4 ứng với $\mu_4 = (\mu_3 + \mu_{\max})/2$. Nếu $CR_4 < 1$, tiếp tục tính toán CR_5 ứng với $\mu_5 = (\mu_3 + \mu_4)/2$; ngược lại, nếu $CR_4 > 1$, tính toán CR_5 ứng với $\mu_5 = (\mu_4 + \mu_{\max})/2$. Sau n vòng lặp, hàm lượng cốt thép yêu cầu là hàm lượng cốt thép bé nhất trong các bước lặp và có $CR \leq 1$; sai số của phương pháp này là $1/2^n$.

5. VÍ DỤ TÍNH TOÁN

Ví dụ tính toán dưới đây bao gồm các bước xây dựng biểu đồ tương tác, nội suy để tìm điểm C (Hình 5) và tính toán hệ số huy động CF cho trường hợp cấu kiện tiết diện chữ T chịu nén lệch tâm xiên.

Tiết diện chữ T có kích thước và các thông số về vật liệu như Hình 7a, các thanh cốt thép có đường kính $\Phi 20$ và được đánh số từ 1 đến 10. Tiết diện được chia thành 2 hình chữ nhật như Hình 7b, các góc của mỗi hình được đánh số theo chiều kim đồng hồ.



Hình 7. Các thông số về tiết diện, vật liệu; phương pháp chia tiết diện; và một vị trí giả thiết của đường giới hạn vùng nén

Phương trình của đường giới hạn vùng nén được viết dưới dạng: $A \times X + B \times Y + C = 0$.

Giả thiết đường giới hạn vùng nén nghiêng góc $\alpha = 25^\circ$ so với trục X (Hình 7c). Các hệ số: $A = -\text{tg}(25^\circ)$, $B = 1$. Đỉnh nén (X_c, Y_c) là đỉnh của tiết diện có khoảng cách xa nhất tới đường thẳng có phương trình $A \times X + B \times Y = 0$ (đường thẳng song song với đường giới hạn vùng nén và đi qua trọng tâm tiết diện). Có 2 trường hợp của đỉnh nén ứng với các hệ số C_{\max} và C_{\min} , ví dụ này sử dụng đỉnh nén ứng với C_{\max} . Với mỗi góc nghiêng α , vị trí đường giới hạn vùng nén được xác định thông qua hệ số C. Ví dụ này sử dụng 9 bước nhảy của C, ứng với bước nhảy thứ 6 thì hệ số $C = -56.6$.

Bảng 1. Các hệ số (A, B, C) của đường giới hạn vùng nén, và tọa độ (X_c, Y_c) của đỉnh nén

A	B	C	X_c	Y_c	D_c
-0.47	1.00	-56.6	125	-475	-534.6

Trong Bảng 1, D_c là khoảng cách từ đỉnh nén tới đường giới hạn vùng nén, xác định theo công thức tính khoảng cách từ một điểm tới đường thẳng (18), giá trị $x = |D_c|$ chính là chiều cao của vùng nén.

$$D_i = \frac{A \times X_i + B \times Y_i + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad (18)$$

Bảng 2. Tọa độ, ứng suất, và phần nội lực đóng góp bởi các thanh cốt thép

STT	X_i	Y_i	h_o	x	$\xi_i = \frac{x}{h_o}$	σ_{i_o}	σ_i	N_{si}	$M_{x_{si}}$	$M_{y_{si}}$
	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)		(MPa)	(MPa)	(kN)	(kNm)	(kNm)
1	-90	-440	122.6	534.6	4.36	999.9	365.0	114.7	50.5	-10.3
2	90	-440	46.5	534.6	11.49	1125.4	365.0	114.7	50.5	10.3
3	-340	60	681.4	534.6	0.78	77.5	77.5	24.4	-1.5	-8.3
4	-90	60	575.7	534.6	0.93	251.9	251.9	79.1	-4.7	-7.1
5	90	60	499.7	534.6	1.07	377.5	365.0	114.7	-6.9	10.3
6	340	60	394.0	534.6	1.36	551.9	365.0	114.7	-6.9	39.0
7	-340	240	844.5	534.6	0.63	-191.7	-191.7	-60.2	14.5	20.5
8	-90	240	738.9	534.6	0.72	-17.3	-17.3	-5.4	1.3	0.5
9	90	240	662.8	534.6	0.81	108.2	108.2	34.0	-8.2	3.1
10	340	240	557.1	534.6	0.96	282.6	282.6	88.8	-21.3	30.2
Σ								619.3	67.2	88.1

Trong Bảng 2, X_i và Y_i là tọa độ của các thanh thép so với trọng tâm tiết diện; h_o là khoảng cách từ các thanh cốt thép tới đường thẳng đi qua đỉnh nén và song song với đường giới hạn vùng nén; x được xác định thông qua giá trị D_c của Bảng 1; σ_{i_o} là ứng suất trong các thanh cốt thép được xác định theo công thức (1) và đã được đổi dấu theo quy tắc thanh chịu nén có ứng suất dương; σ_i là ứng suất trong các thanh cốt thép sau khi được giới hạn bởi các giá trị R_s và R_{sc} ; sau khi có ứng suất trong các thanh cốt thép, xác định được N_{si} , $M_{x_{si}}$, $M_{y_{si}}$ là thành phần nội lực đóng góp bởi các thanh cốt thép.

Bảng 3. Tọa độ các đỉnh của các phần tiết diện, và khoảng cách tới đường giới hạn vùng nén

Phần tiết diện thứ nhất				Phần tiết diện thứ hai			
Đỉnh	X_i	Y_i	D_i	Đỉnh	X_i	Y_i	D_i
	(mm)	(mm)	(mm)		(mm)	(mm)	(mm)
1	-125.0	-475.0	-429.0	1	-375	25	129.8
2	-125.0	25.0	24.2	2	-375	275	356.4
3	125.0	25.0	-81.5	3	375	275	39.5
4	125.0	-475.0	-534.6	4	375	25	-187.1

Bảng 3 liệt kê tọa độ các đỉnh của các phần tiết diện, và khoảng cách D_i từ các đỉnh này tới đường giới hạn vùng nén. Từ giá trị D_i (Bảng 3) và D_c (Bảng 1) có thể xác định được vùng nén của một phần tiết diện thông qua các quy tắc sau:

- Đỉnh có tích $D_i \times D_c > 0$ sẽ nằm trong vùng nén. Đỉnh nằm trong vùng nén sẽ là một đỉnh của vùng nén.
- Cạnh có tích $D_i \times D_{i+1} \leq 0$ sẽ chứa một đỉnh của vùng nén.

Các điều kiện trên nếu đúng được đánh số là 1 trong Bảng 4, nếu sai đánh số 0.

Diễn giải ngắn gọn quá trình xây dựng Bảng 4 như sau, xét phần tiết diện thứ nhất:

- Đỉnh 1 có: $D_1 \times D_c = (-429.0) \times (-534.6) > 0$, kết luận đỉnh 1 là một đỉnh của vùng nén
- Cạnh 1-2 có: $D_1 \times D_2 = (-429.0) \times (24.2) < 0$, kết luận cạnh 1-2 chứa một đỉnh của vùng nén. Từ tọa độ của các đỉnh 1, 2 (Bảng 3) và các hệ số của phương trình đường giới hạn

vùng nén (Bảng 1) có thể xác định được tọa độ giao điểm (đỉnh của vùng nén) là (-67.8, 25.0).

- Đỉnh 2 có: $D_2 \times D_c = (24.2) \times (-534.6) < 0$, kết luận đỉnh 2 không phải là đỉnh của vùng nén
- Cạnh 3-4 có: $D_3 \times D_4 = (-84.5) \times (-534.6) > 0$, kết luận cạnh 3-4 không chứa đỉnh của vùng nén.

Bảng 4. Xác định các đỉnh của vùng nén trong các phần tiết diện

Phần tiết diện thứ nhất					Phần tiết diện thứ 2				
Đỉnh hoặc cạnh	Điều kiện	Các đỉnh của vùng nén			Đỉnh hoặc cạnh	Điều kiện	Các đỉnh của vùng nén		
		STT	X _i	Y _i			STT	X _i	Y _i
1	1	1	-125.0	-475.0	1	0			
1-2	1	2	-125.0	-1.7	1-2	0			
2	0				2	0			
2-3	1	3	-67.8	25.0	2-3	0			
3	1	4	125.0	25.0	3	0			
3-4	0				3-4	1	1	375.0	231.5
4	1	5	125.0	-475.0	4	1	2	375.0	25.0
4-1	0				4-1	1	3	-67.8	25.0

Sau khi xác định được số đỉnh của vùng nén có trong các phần của tiết diện, tiến hành chia vùng nén thành các tam giác, trong đó 1 đỉnh của các tam giác là đỉnh thứ nhất của vùng nén, đỉnh thứ 2 và thứ 3 của tam giác là hai trong số các đỉnh còn lại.

Bảng 5. Các tam giác trong phần tiết diện thứ nhất, và phần nội lực đóng góp

STT	X ₁	Y ₁	X ₂	Y ₂	X ₃	Y ₃	A _{bi}	X _{gi}	Y _{gi}	N _{bi}	M _{xbi}	M _{ybi}
	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm ²)	(mm)	(mm)	(kN)	(kNm)	(kNm)
1	-125.0	-475.0	-125.0	-1.7	-67.8	25.0	13542.8	-105.9	-150.6	196.4	29.6	-20.8
2	-125.0	-475.0	-67.8	25.0	125.0	25.0	48193.7	-22.6	-141.7	698.8	99.0	-15.8
3	-125.0	-475.0	125.0	25.0	125.0	-475.0	62500.0	41.7	-308.3	906.3	279.4	37.8
Σ										1801.4	408.0	1.2

Bảng 6. Các tam giác trong phần tiết diện thứ hai, và phần nội lực đóng góp

STT	X ₁	Y ₁	X ₂	Y ₂	X ₃	Y ₃	A _{bi}	X _{gi}	Y _{gi}	N _{bi}	M _{xbi}	M _{ybi}
	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm ²)	(mm)	(mm)	(kN)	(kNm)	(kNm)
1	375.0	231.5	375.0	25.0	-67.8	25.0	45709.7	227.4	93.8	662.8	-62.2	150.7
Σ										662.8	-62.2	150.7

Từ Bảng 2, Bảng 4, và Bảng 6 xác định được giá trị của biểu đồ tương tác ứng với trường hợp đường giới hạn vùng nén có phương trình: $-0.47 \times X + Y - 56.6 = 0$ ($\alpha = 25^\circ$, C ở bước nhảy thứ 6) và tọa độ đỉnh nén (X_c, Y_c) = (125,-475) như sau:

$$N_z = 619.3 + 1801.4 + 662.8 = 3083.5 \text{ kN}$$

$$M_x = 67.2 + 408.0 - 62.2 = 413.0 \text{ kNm}$$

$$M_y = 88.1 + 1.2 + 150.7 = 240.0 \text{ kNm}$$

Tiến hành thay đổi góc α từ 0° đến 175° (bước nhảy 5°) và bước nhảy hệ số C từ 1 đến 9, thu được tập hợp các điểm của biểu đồ tương tác biểu diễn khả năng chịu lực của cột, các giá trị này được trình bày ngắn gọn trong Bảng 8.

Bảng 7. Nội lực để kiểm tra tiết diện (N_{zL} , M_{xL} , M_{yL}), lực chọn làm đơn vị (N_o , M_o), và các giá trị khi đổi sang tọa độ cầu (R_L , u , v)

N_{zL}	M_{xL}	M_{yL}	N_o	M_o	R_L	u	v
(kN)	(kNm)	(kNm)	(kN)	(kNm)			
2215.3	320.0	231.3	5000	600	0.79	0.63	0.59

Bảng 8 là tập hợp các giá trị của biểu đồ tương tác, được sắp xếp theo thứ tự d_i tăng dần, trong đó d_i được xác định theo công thức (13)

Bảng 8. Các giá trị của biểu đồ tương tác

α	Bước nhảy C	Đường giới hạn vùng nén			Đỉnh nén		Giá trị BDTT			Tọa độ cầu			d_i	$1/d_i$	$R_i^* / 1/d_i$
		A	B	C	X_c	Y_c	N_z	M_x	M_y	R_i	u_i	v_i			
(°)					(mm)	(mm)	(kN)	(kNm)	(kNm)						
40	5	-0.839	1	-4.9	125	-475	2819.7	412.2	348.0	1.06	0.70	0.56	0.08	12.20	12.95
35	5	-0.700	1	12.5	125	-475	2516.2	460.4	291.3	1.04	0.56	0.51	0.11	9.41	9.77
25	6	-0.466	1	-56.6	125	-475	3083.5	413.0	240.0	1.01	0.53	0.66	0.12	8.36	8.42
30	6	-0.577	1	-76.0	125	-475	3375.2	360.8	295.7	1.03	0.69	0.71	0.14	7.32	7.54
45	5	-1.000	1	-25.0	125	-475	3053.5	374.8	379.4	1.08	0.79	0.60	0.17	6.03	6.50
50	4	-1.192	1	85.6	125	-475	2198.9	430.3	374.0	1.05	0.72	0.43	0.18	5.48	5.73
45	4	-1.000	1	100.0	125	-475	1898.3	471.9	318.0	1.02	0.59	0.38	0.21	4.67	4.77
55	4	-1.428	1	67.9	125	-475	2463.5	393.5	409.0	1.07	0.80	0.48	0.21	4.73	5.05
35	6	-0.700	1	-97.5	125	-475	3599.2	319.7	325.4	1.05	0.79	0.76	0.24	4.23	4.43
30	5	-0.577	1	27.8	125	-475	2215.3	501.4	231.3	1.02	0.43	0.45	0.24	4.14	4.23
20	6	-0.364	1	-38.7	125	-475	2796.7	455.3	185.5	0.99	0.39	0.60	0.24	4.18	4.15
50	5	-1.192	1	-49.0	125	-475	3252.5	342.1	398.5	1.09	0.86	0.64	0.24	4.16	4.54
60	4	-1.732	1	45.1	125	-475	2708.7	357.0	432.1	1.08	0.88	0.53	0.26	3.80	4.10
15	7	-0.268	1	-110.3	125	-475	3568.7	361.5	175.3	0.98	0.45	0.82	0.28	3.52	3.44
20	7	-0.364	1	-131.9	125	-475	3862.3	305.8	230.1	1.00	0.64	0.88	0.29	3.46	3.47
55	3	-1.428	1	214.3	125	-475	1283.1	414.5	327.2	0.92	0.67	0.28	0.31	3.21	2.94
60	3	-1.732	1	206.7	125	-475	1556.7	371.0	381.6	0.94	0.80	0.34	0.31	3.24	3.05

Sử dụng công thức nội suy (12) cho 10 giá trị đầu tiên của bảng 8, thu được $R_C = 1.042$, hệ số huy động $CR = R_L/R_C = 0.761 < 1$, kết luận tiết diện đảm bảo khả năng chịu lực.

6. KẾT LUẬN

Bài viết này đã trình bày phương pháp xây dựng biểu đồ tương tác cho cấu kiện chịu nén lệch tâm xiên, và cách sử dụng biểu đồ tương tác để xác định diện tích cốt thép yêu cầu. Quá trình thực hành đòi hỏi phải thực hiện một số lượng lớn các phép tính và trải qua nhiều vòng lặp. Do đó, để giải quyết bài toán cấu kiện chịu nén lệch tâm xiên, cần xây dựng một phần mềm có khả năng ghi nhớ một lượng lớn dữ liệu (các giá trị tạo nên mặt của BDTT) và thực hiện vòng lặp nội suy để xác định diện tích cốt thép yêu cầu.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nguyễn Đình Công, *Tính toán thực hành cấu kiện bê tông cốt thép theo tiêu chuẩn TCXDVN 356:2005*, NXB Xây Dựng, Hà Nội, (2008), tr.60-64.
2. Lund University GIS Center (Sweden), *Interpolation*, 2004.
3. Prab Bhatt, *Reinforced Concrete - Design theory and examples*, Taylor & Francis Group, London, (2006), pp.330-335.
4. TCVN 5574:2012, *Kết cấu Bê tông và Bê tông cốt thép - Tiêu chuẩn thiết kế*.
5. TCXDVN 356:2005, *Kết cấu Bê tông và Bê tông cốt thép - Tiêu chuẩn thiết kế*.